

**Муниципальное общеобразовательное учреждение
средняя общеобразовательная школа №7
Копейского городского округа**

Городская конференция научного общества учащихся

Секция «Информатика»

**Тема: В стране удивительных чисел:
числа и задачи с ними связанные...**

Выполнили:
ученики 11 класса МОУСОШ №7
Пронин Алексей,
Хусаинов Денис
Руководитель:
учитель информатики МОУСОШ №7
Шевченко Елена Петровна

Копейский городской округ, 2009

Введение

Числа интересовали человечество всегда, особенно те, которые выделялись из общего ряда какими-то особыми свойствами. Евклид, Пифагор и другие известные ученые древности, Чебышев, Ферма, Эйлер – список можно продолжить – благодаря этим именам мы знаем о простых и дружественных числах, палиндромах и репьюнитах, совершенных числах и Пифагоровых тройках.

В курсе школьной математики мало времени уделяется изучению свойств немногих из перечисленного ряда чисел. По нашему мнению, данные темы можно и нужно дополнять более полными сведениями о замечательных числах, и сделать это можно на уроках, кружках, факультативах, что, несомненно, развивает интерес к предмету, а при решении задач формирует и творческое мышление. Информатика, в частности ее разделы «Алгоритмика» и «Программирование», дает дополнительное поле для деятельности по данному вопросу.

Курс информатики, как любая другая учебная дисциплина, дает учащимся очень важный в современных условиях блок знаний, навыков и умений, которые многим выпускникам школ могут практически пригодиться в жизни. С другой стороны, информатика является и средством развития личности, способностей детей, пробуждает интеллектуальные задатки освоения других дисциплин.

Решая разнообразные задачи, учащиеся знакомятся с новыми математическими объектами, такими, как простые, совершенные, дружественные числа, числа Фибоначчи, Пифагоровы числа, палиндромы и другие.

Учащихся привлекает постановка задач, тесно связанных с именами древнейших и современных известных математиков, занимавшихся поиском интересных чисел, естественно, «вручную», и возможность решать считавшиеся сложными для великих умов человечества задачи просто, быстро и «элегантно» с помощью компьютерных программ.

Немногие остаются равнодушными к замечательным числам... Школьники с интересом отзываются на задания, связанные с числами, это оживляет занятие, активизирует учащихся, развивает творческое мышление.

Глава 1. Использование теории чисел в программировании

Теория чисел – занимательная наука. На ней основаны многие интересные аспекты прикладных технологий в самых различных областях науки и техники. Знание основ теории чисел помогает разрабатывать более оптимизированные алгоритмы в вычислительных задачах, а также успешно применять численные методы при решении различных задач при помощи вычислительной техники. Более того, теория чисел позволяет быть более внимательным к различным числовым последовательностям, развивает умение находить скрытые взаимосвязи в, казалось бы, хаотических множествах чисел. Все это, в свою очередь, самым благотворным образом сказывается на развитии интеллектуальных способностей человека.

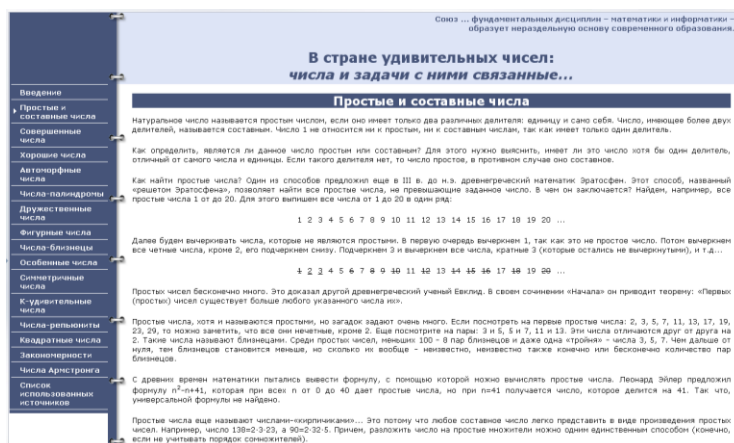
Принято считать, что арифметика предшествует алгебре, что это элементарная часть математики. В школе арифметике учат, начиная с первого класса. Между тем арифметика, если ее понимать как учение о свойствах целых чисел и о действиях над ними, – трудный и далеко не элементарный раздел математики. Поэтому, на наш взгляд, было бы полезно, если бы школьники старших классов, имеющие склонность к математике и информатике (программированию), углубляли тот набор знаний, который они приобрели в младших классах

«Мышление – это творческий познавательный процесс... Очень важной особенностью подросткового возраста является формирование активного, самостоятельного творческого мышления. Подростковый возраст считается наиболее благоприятным, наиболее чувствительным для развития такого мышления...» (Л.Ф.Тихомирова, «Развитие интеллектуальных способностей школьника»).

Число – важнейшее математическое понятие. *Наша работа «Числа и задачи с ними связанные...» посвящена изучению удивительных особенностей натуральных чисел и использованию этих свойств при решении задач программирования.*

Нами был исследован ряд натуральных чисел, обладающих любопытными особенностями. В частности рассмотрены:

- ✓ Простые и составные числа, сверхсоставные числа;
- ✓ Совершенные числа, полусовершенные числа, избыточные, недостаточные, слегка избыточные, слегка недостаточные числа;



- ✓ Хорошие числа;
- ✓ Автоморфные числа;
- ✓ Числа-палиндромы;
- ✓ Дружественные числа;
- ✓ Фигурные числа;
- ✓ Числа-близнецы;
- ✓ Особенности чисел;
- ✓ Симметричные числа;
- ✓ К-удивительные числа;
- ✓ Числа-репьюниты;
- ✓ Квадратные числа;
- ✓ Числа Армстронга.

Числа, получившие широкую известность в теории чисел

Простые и составные числа, сверхсоставные числа

Очень широкую известность в рамках теории чисел имеют простые числа, то есть такие, в списке собственных делителей которых находится только один делитель – 1. Такие числа нашли самое широкое применение во многих прикладных областях, в том числе и в современных методах и алгоритмах шифрования информации. Кроме того, простые числа успешно используются в хеш-таблицах и для генерации псевдослучайных чисел.

Натуральное число называется **простым числом**, если оно имеет только два различных делителя: единицу и само себя. Число, имеющее более двух делителей, называется **составным**. Число 1 не относится ни к простым, ни к составным числам, так как имеет только один делитель.

Сверхсоставным числом будем называть натуральное число, которое имеет больше делителей, чем каждый из больших его натуральных чисел.

Какое сверхсоставное число будет наименьшим? Число 1 имеет ровно один делитель. Числа 2 и 3 имеют ровно по два делителя, так как они простые. Число 4 имеет три делителя. Число 6 имеет четыре делителя: 1, 2, 3 и 6. Казалось бы, что следующим должно идти число с пятью делителями. Наименьшее такое число 16, его делители 1, 2, 4, 8 и 16. Но его опередило число 12, у которого шесть делителей: 1, 2, 3, 4, 6 и 12. Поэтому число 16 не стало сверхсоставным, а им стало число 12. Следующее число, являющееся сверхсоставным будет число 30 с восемью делителями. Потом, 36, 40, 54, 56 все с восемью делителями, 48 с десятью делителями, число 60 имеет двенадцать делителей и только число 64 имеет ровно семь делителей, а значит числа 36, 40, 48, 54, 56 и 60 являются свехсоставными числами.

Существует еще большое количество различных подмножеств простых чисел, которые используются как для развлечения, так и для некоторых прикладных аспектов науки и техники. Так, к примеру, выведены формулы для простых чисел имени Виль-

сона (на сегодняшний день известно три таких числа) и имени Вольстенхольца (известно два таких числа). В англоязычных математических справочниках

Рассмотрим несколько алгоритмов работы с простыми числами:

Задача 1. Определение простого числа

Составить программу, которая будет проверять, является ли введенное число простым.

Самый простой путь решения этой задачи - проверить, имеет ли данное число n ($n \geq 2$) делители в интервале $[2; n-1]$. Если делители есть, число n - составное, если - нет, то - простое. При реализации алгоритма разумно делать проверку на четность введенного числа, поскольку все четные числа делятся на 2 и являются составными числами, то, очевидно, что нет необходимости искать делители для этих чисел. Логическая переменная `flag` в программе выступает в роли "флаговой" переменной и повышает наглядность программы, так, если `flag = true`, то n - простое число; если у числа n есть делители, то "флаг выключаем" с помощью оператора присваивания `flag := false`, таким образом, если `flag = false`, то n - составное число.

Решение:

```
var
  n,i: longint;
  flag: boolean;
begin
  writeln('vvod n');
  readln(n);
  if n = 2 then flag := true
  else if not odd(n) then flag := false
  else begin
    flag := true;
    for i := 2 to n-1 do
      if n mod i = 0 then flag := false
      end;
    if flag then writeln('Yes') else writeln('No');
  end;
  readln
end.
```

Результат работы программы:

Вход - n	Выход
2	Yes
261	No
78043	No
99991	Yes
241541	No
999983	Yes

[Скачать программу...](#)

Задача 2. Разложение числа на простые множители

Написать программу разложения числа на простые множители таким образом, чтобы результат печатался в виде: $u = i_1 \cdot i_2 \cdot \dots \cdot i_n$, где u - входное число; $i_1, i_2, \dots, i_n$ - простые множители. Если число простое, то печатается оно само.

Решение:

```
Var n,i: longint;
begin
  writeln('vvod n>=2');
  readln(n);
  write(n, ' = ');
  while n mod 2 = 0 do begin
    write('2');
    n:= n div 2;
    if n > 1 then write('*')
    end;
  i := 3;
  while i <= n do
    if n mod i = 0 then begin
      write(i);
      n := n div i;
      if n > 1 then write('*')
      end
      else inc(i,2);
    end;
  readln
end.
```

Результат работы программы:

n	Результат
2	2 = 2
261	261 = 3*3*29
555	555 = 3*5*37
997	997 = 997
1024	1024 = 2*2*2*2*2*2*2*2*2*2
10000	10000 = 2*2*2*2*5*5*5*5
999983	999983 = 999983
9985511	9985511 = 3*332837

[Скачать программу...](#)

вводится до шестидесяти различных типов простых чисел, многие из которых используются в доказательствах тех или иных теорем.

Особый интерес у ученых, занимающихся теорией чисел, вызывают так называемые факториальные простые числа. Факториальным называется такое простое число, которое отличается на единицу в ту или иную сторону от факториала некоторого натурального числа. Эти числа интересны тем, что сигнализируют своим присутствием о начале или конце длинной последовательности составных чисел.

Совершенные, полусовершенные, избыточные, недостаточные, слегка избыточные, слегка недостаточные числа

Числа, которые равны сумме всех своих делителей (исключая само число), древнегреческие математики называли *совершенными*.

Полусовершенное число – натуральное число, сумма всех или некоторых собственных делителей которого совпадает с самим этим числом. Список первых нескольких полусовершенных чисел: 6, 12, 18, 20, 24, 28, 30, 36, 40, ...

Избыточное число – положительное целое число n , сумма положительных делителей (отличных от n) которого превышает n .

Недостаточное число – натуральное число, сумма собственных делителей которого меньше самого числа. Любое натуральное число относится к одному из трёх классов – недостаточные, совершенные и избыточные числа. К недостаточным относятся, в частности, все простые числа.

Если среди собственных делителей полусовершенного числа нет полусовершенных чисел, такое число называется примитивным полусовершенным числом.

Слегка избыточное число, или квазисовершенное число – избыточное число, сумма собственных делителей которого на единицу больше самого числа.

Слегка недостаточное число – недостаточное число, сумма собственных делителей которого меньше самого числа ровно на единицу. Синоним – почти совершенное число.

Слегка недостаточными числами являются все натуральные степени числа 2. Неизвестно, существуют ли другие слегка недостаточные числа.

Хорошие числа

Натуральное число будем называть *хорошим*, если оно делится на сумму цифр самого числа.

Аutomорфные числа

Натуральное число называется *автоморфным*, если оно содержится в качестве младших цифр в своем квадрате.

Числа-палиндромы

Палиндром – это натуральное число, которое читается одинаково слева направо и справа налево.

Опыт ведения темы в классах с углубленным изучением информатики, что наиболее выгодно и удобно использовать тему в качестве закрепления навыков обработки числовых данных и применения условных и циклических алгоритмических структур, где учащимся предлагается целый ряд конкретных задач из теории чисел. Важность и полезность темы «Теория чисел» этим не ограничивается.

Решая разнообразные задачи, учащиеся знакомятся с новыми математическими понятиями и определениями, такими как: простые, совершенные, дружественные числа, числа Фибоначчи, числа Армстронга, Пифагоровы числа, числа-палиндромы, цифровой корень числа и др.

В процессе решения задач из теории чисел удобно объяснить учащимся понятие вспомогательного алгоритма, подпрограммы.

Заключение

Часто спрашивают: а зачем решать такие задачи? Какие полезные следствия вызовет, скажем, установление истины в проблеме о количестве простых чисел-близнецов? Подобные сомнения возникают в каждой области творческой деятельности человека. Оправдываясь, специалисты, работающие в теории чисел, обычно приводят слова Леонарда Эйлера (1707-1783): «Математика, вероятно, никогда не достигла бы такой великой степени совершенства, если бы древние не приложили столько усилий для изучения проблем, которыми сегодня многие пренебрегают из-за их мнимой бесплодности». Как часто новые методы, новая техника, новая форма, возникшие при решении, казалось бы, частных задач, приводили науку на новый, более высокий уровень развития. Здесь останавливается наше движение по натуральному ряду. Не слишком ли много внимания мы уделили начальным шагам в математику? Ответом на это мог бы послужить известный афоризм немецкого математика Леопольда Кронекера (1823-1891): «Бог создал натуральные числа, все остальное – дело рук человеческих».

Список использованной литературы

1. http://obpi.cde.perm.ru/rbpi/DOCS/D_001243.HTM
2. <http://tmn.fio.ru/works/07x/304/index.htm>
3. <http://www.realcoding.net/article/view/2039>
4. Багаутдинова А.Ш., Васильева Т.А. Курс по выбору "Последовательности и прогрессии: знакомство с математической деятельностью" <http://www.internet-school.ru/Enc.ashx?folder=319&item=4639>
5. В.А. Дагене, Г.К. Григас, А.Ф. Аугутис 100 задач по программированию. – М.: Просвещение, 1993. - 255 с.
6. В.В.Фаронов Турбо Паскаль 7.0. Начальный курс. Учебное пособие. – М.: «Нолидж», 1999. - 616 с.
7. Великие жизни в математике. Б.А. Кордемский. Москва, «Просвещение» 1995. -стр. 169.
8. Кордемский Б.А. Математическая смекалка. - М., ГИФМЛ, 1958 — 576 с. <http://ilib.mirror1.mccme.ru/djvu/klassik/smekalka.htm>
9. Кудинова В.И. О пользе программирования для школьников, М., 2001.
10. Митрюшкина Н.В. Элективный курс "Этот удивительный мир чисел" http://festival.1september.ru/articles/410994/?numb_artic=410994
11. Поковская О.В. Методика преподавания темы "Решение задач из теории чисел", «информатика», №38, 1996
12. РЕШЕНИЕ ЗАНИМАТЕЛЬНЫХ ЗАДАЧ ПО ТЕМЕ "ЦИКЛЫ" <http://www.chisla.21205s11.edusite.ru/index.html>
13. УСТНЫЙ ЖУРНАЛ «В СТРАНЕ УДИВИТЕЛЬНЫХ ЧИСЕЛ» http://center.fio.ru/method/RESOURCES/FILIPPOVMA/2003/MATH/06/UDIV_CHISL/UDIV_CHISL.HTM
14. Философия математики <http://esyr.nizm.ru/wiki/>
15. Шамсутдинова Т.М. Развитие творческого мышления на уроках информатики, «Информатика и образование», №3, 2001.